

Matematica

5° anno · scuola superiore

Prova tipica per orientare il recupero del debito

60 minuti

100 punti

correzione ragionata

mappa diagnostica

Osserva come cambia la funzione: lì vive tutta la storia.

Questa prova è un punto di partenza costruito sui nuclei più ricorrenti del percorso liceale italiano e sulla progressione SmartiMede. Il programma consegnato dalla scuola resta la mappa decisiva: indirizzo, docente e classe possono distribuire gli argomenti in modo diverso.

Nome e cognome

Data

Ora di inizio

Ora di fine

Obiettivo. Osservare che cosa sai riconoscere, impostare e controllare in autonomia. Ogni passaggio rende visibile la prossima missione.

La prova

Istruzioni operative

1. Leggi tutte le missioni nei primi cinque minuti e riconosci la famiglia di ogni esercizio.
2. Mantieni un passaggio significativo per riga e usa la verifica inversa quando è disponibile.
3. Distribuisci il tempo: lascia gli ultimi dieci minuti al controllo.
4. Usa la calcolatrice soltanto secondo le regole comunicate dalla tua scuola.
5. Scrivi unità di misura, condizioni di esistenza e conclusioni con precisione.

Missione 1 · Tre limiti fondamentali

18 punti

Calcola:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}, \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 - x + 1}{x^2 + 2}, \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(3x)}{x}.$$

Missione 2 · Continuità con parametro

15 puntiDetermina k affinché

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x - 1}, & x \neq 1, \\ k, & x = 1 \end{cases}$$

sia continua in $x = 1$.

Missione 3 · Derivata e tangente

16 puntiPer $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$ calcola $f'(x)$ e l'equazione della tangente nel punto di ascissa $x = 1$.

Missione 4 · Asintoti e punti stazionari

20 puntiPer $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x - 1}$ determina dominio, asintoti e ascisse dei punti stazionari. Indica gli intervalli di crescita e decrescita.

Missione 5 · Integrale definito**15 punti**

Calcola $\int_0^2 (3x^2 - 2x + 1) dx$ e interpreta il risultato come area.

Missione 6 · Ottimizzazione**16 punti**

Un rettangolo ha perimetro 40 m. Determina le dimensioni che massimizzano l'area e l'area massima.

Prima della correzione: la fotografia del tentativo

Assegna da 0 a 4 punti a ciascun indicatore. Il totale massimo è 20. Questa mappa misura il processo; la valutazione ufficiale appartiene alla scuola.

Indicatore	Domanda diagnostica	0-4
Riconoscimento	Hai identificato la famiglia dell'esercizio prima di calcolare?	
Primo passo	Hai scelto autonomamente la regola o il principio che apre la strada?	
Procedimento	I passaggi sono ordinati, leggibili e coerenti?	
Controllo	Hai verificato risultato, segni, unità o condizioni?	
Tempo	Hai completato le priorità lasciando spazio alla revisione?	

Il prossimo esperimento. Scrivi le due famiglie di esercizi che meritano il prossimo allenamento e il punto esatto da testare.

1. _____

2. _____

Fermati qui prima di aprire la correzione.

Prima completa. Poi osserva. Infine correggi.

Correzione ragionata

Confronta una riga alla volta. Segna il primo punto in cui il tuo percorso cambia: lì si trova l'informazione didattica più utile.

Missione 1 · Tre limiti fondamentali

18 punti

- a) Scomponendo $x^2 - 4 = (x - 2)(x + 2)$ si ottiene $\boxed{4}$.
b) Il rapporto dei coefficienti dei termini di grado massimo dà $\boxed{3}$.
c) $\frac{\sin(3x)}{x} = 3 \frac{\sin(3x)}{3x} \rightarrow \boxed{3}$.

Missione 2 · Continuità con parametro

15 punti

Per $x \neq 1$, $f(x) = x + 1$. La continuità richiede

$$k = \lim_{x \rightarrow 1} (x + 1) = \boxed{2}.$$

Missione 3 · Derivata e tangente

16 punti

$$f'(x) = 3x^2 - 6x.$$

$f(1) = 0$ e $f'(1) = -3$. La tangente è

$$y - 0 = -3(x - 1) \Rightarrow \boxed{y = -3x + 3}.$$

Missione 4 · Asintoti e punti stazionari

20 punti

Dominio: $x \neq 1$. Divisione:

$$f(x) = x + 1 + \frac{2}{x - 1}.$$

Asintoti: $x = 1$ e $y = x + 1$.

$$f'(x) = \frac{x^2 - 2x - 1}{(x - 1)^2}.$$

Gli zeri sono $x = 1 \pm \sqrt{2}$. Il denominatore è positivo nel dominio, quindi f cresce per $x < 1 - \sqrt{2}$ e $x > 1 + \sqrt{2}$, e decresce negli intervalli compresi tra i due zeri, separati da $x = 1$.

Missione 5 · Integrale definito

15 punti

La funzione è sempre positiva perché il discriminante del trinomio è $4 - 12 < 0$.

$$\int_0^2 (3x^2 - 2x + 1) dx = [x^3 - x^2 + x]_0^2 = 8 - 4 + 2 = \boxed{6}.$$

Il valore coincide con l'area compresa tra il grafico e l'asse x in $[0, 2]$.

Missione 6 · Ottimizzazione

16 punti

Se i lati sono x e y , $x + y = 20$, quindi $y = 20 - x$.

$$A(x) = x(20 - x) = -x^2 + 20x.$$

Il vertice della parabola è in $x = -b/(2a) = 10$, dunque $y = 10$.

Il rettangolo ottimale è un quadrato $10 \text{ m} \times 10 \text{ m}$ e $A_{\max} = 100 \text{ m}^2$.

Continua dentro Studia

Ogni argomento collega teoria essenziale, formule, visualizzazioni, pattern ed esercizi progressivi:

- Limiti
- Derivate
- Studio di funzione
- Integrali

Vuoi la prova costruita su tuo figlio?

Mandaci il programma ufficiale e, se disponibile, una verifica recente. SmartiMede seleziona le tipologie, calibra il livello e prepara una simulazione personalizzata con correzione e mappa delle priorità.

smartimede.it/prenota →

Trasparenza didattica. Prova orientativa originale SmartiMede. Riferimento generale: [Indicazioni nazionali per i licei, D.M. 211/2010, Allegato F](#). Il programma della scuola e le indicazioni del docente definiscono sempre la prova reale.

Ogni prova è una fotografia. Il metodo trasforma la fotografia in traiettoria.